

## CONTENTS

SI No	Work Sheet	Description
1	PREAMBLE	Preamble , Disclaimer and contact details.
2	PROCEDURE	List of Symbols along with a sketch and procedure followed in computing the Moment of Resistance Factors
3	MOFR_RECT	TABLES Containing Moment of Resistance Factors for Doubly Reinforced Rectangular Concrete Sections, $M_u/f_{ck}bd^2$
4	K_RECT	TABLES Containing Depth of neutral axis Factors for Doubly Reinforced Rectangular Concrete Sections, k
5	TYP_CAL	Typical Calculations of Moment of Resistance Factors
6	SOLVED_EXAMPLES	Illustrative Examples
7	REVISIONS	Details of Revisions

## **MOMENT OF RESISTANCE FACTORS FOR DOUBLY REINFORCED RECTANGULAR CONCRETE SECTIONS**

**Preamble:** Design of a Doubly Reinforced Rectangular Concrete Section is easier with the available of Design Aids. However, Calculation of Moment Capacity of a given Doubly Reinforced Rectangular Concrete Section by Limit State method is tedious. Structural Designers often come across problems of computing moment capacity of a given Doubly Reinforced Rectangular Concrete Section. Design of Reinforced Concrete Members subjected to reversal of bending moments is a very common problem in Design of Reinforced Concrete particularly when lateral loads are also acting on the structure. If suitable Design Aids are available, it is possible to select a pair of reinforcement percentages on the two opposite faces of the section so as to be adequate for both the factored sagging and hogging moments. IS 13920 :1993 stipulates, calculation of shear force due to formation of plastic hinges at both ends of a beam plus the factored gravity load on the span, which results in the need for computing sagging and hogging moments of resistance of the beam section.

Considering these requirements, Design Aids in the form of Moment of Resistance Factors have been developed. Calculations are made as per IS 456 : 2000. Procedure followed in computing the values is explained in the worksheet "PROCEDURE". A computer Program was developed to compute the moment of resistance factors  $M_u/f_{ck}bd^2$  over a range of values for  $p_u/f_{ck}$  and  $p_c/f_{ck}$ . Results are compiled and presented in the form of TABLES for Fe-415 and Fe-500 grades of steel. Corresponding values of  $k$ , the depth of neutral axis factor are also included in separate TABLES, which would be useful to verify the values of Moment of Resistance Factors.

Typical calculations of Moment of Resistance Factors and illustrative Examples are also included in respective Worksheets.

Data presented in this Workbook shall not be used for concrete of compressive strength greater than M55.

Comments and Suggestions are Welcome.

### **DISCLAIMER**

**The data contained in this Workbook has been prepared with utmost care. The author makes no warranty of any kind expressed or implied with regard to the accuracy of the procedure followed and also the numerical values. The author accepts no liability for any direct, indirect, consequential and incidental loss or damage arising out of the use of the data contained in this Workbook. The user should thoroughly understand the basic assumptions and the procedure followed in computing the data and independently verify the same. Those who are using the data contained in this Workbook shall be doing so entirely at their own risk and responsibility.**

**R.K.DESAI  
M.Tech(Structures), M.ICI, M.ACCE(I)  
D-162, Road No G-5  
Jeevanbhimanager  
BANGALORE - 560 075**

**email : [desai\\_1960@yahoo.com](mailto:desai_1960@yahoo.com)**

## PROCEDURE

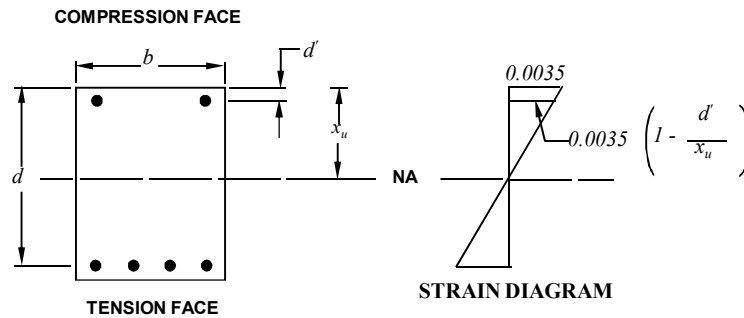


FIG 1 DOUBLY REINFORCED RECTANGULAR SECTION

## SYMBOLS

- $A_{st}$  = Area of tension steel  
 $A_{sc}$  = Area of compression steel  
 $b$  = Breadth of beam  
 $C$  = Compressive force on the section  
 $d$  = Effective depth of beam  
 $d'$  = Depth of compression reinforcement from the highly compressed face  
 $f_{cc}$  = Compressive stress in concrete at the level of centroid of compression reinforcement  
 $f_{ck}$  = Characteristic cube compressive strength of concrete  
 $f_{sc}$  = Stress in compression reinforcement  
 $f_{st}$  = Stress in tension reinforcement  
 $f_y$  = Characteristic strength of steel  
 $k$  = Neutral Axis Factor =  $x_u/d$   
 $M_u$  = Factored moment capacity of the section  
 $M_{uh}$  = Factored hogging moment  
 $M_{us}$  = Factored sagging moment  
 $p_c$  = Percentage of compression reinforcement =  $100 A_{sc}/bd$   
 $p_t$  = Percentage of tension reinforcement =  $100 A_{st}/bd$   
 $p_{bot}$  = Percentage bottom reinforcement  
 $p_{top}$  = Percentage top reinforcement  
 $T$  = Tensile force on the section  
 $x_u$  = Depth of neutral axis at the limit state of collapse  
 $x_{u,max}$  = Maximum depth of neutral axis in limit state design

**Procedure:** Given the grade of steel,  $d'/d$ ,  $p_t/f_{ck}$  and  $p_c/f_{ck}$ .

Following Procedure has been followed for computing the Moment of Resistance Factors for Doubly Reinforced Rectangular Sections.

Step 1: Assume a small value of  $k$ .

Step 2: Compute the strains in reinforcement provided near the compression and tension faces of the section, considering linear strain distribution.

Step 3: Determine the stresses  $f_{sc}$  and  $f_{st}$  in steel corresponding to the strains calculated in step 2,

referring to the design stress-strain curve for steel.

Step 4: Determine the stress  $f_{cc}$  in concrete at the level of centroid of compression reinforcement referring to the design stress-strain curve for concrete.

Step 5: Calculate  $C/f_{ck}bd$  and  $T/f_{ck}bd$  using the following expressions.

$$\frac{C}{f_{ck}bd} = 0.36k + p_c / f_{ck} (f_{sc} - f_{cc}) / 100$$

$$\frac{T}{f_{ck}bd} = p_t / f_{ck} \times f_{st} / 100$$

Step 6: Compare the values of  $C/f_{ck}bd$  and  $T/f_{ck}bd$ . The two values have to be equal from force equilibrium condition. If the difference between the value of  $C/f_{ck}bd$  and  $T/f_{ck}bd$  is more, increment the value of  $k$  by a small value and repeat steps 2 to 6

Continue the above iterative computations, to determine the value of  $k$  which satisfies the force equilibrium condition.

Step 7: For the final value of  $k$  so obtained, Compute the strains in reinforcement provided near the compression and tension faces of the section, considering linear strain distribution.

Determine the stresses  $f_{sc}$  and  $f_{st}$  in steel corresponding to these strain values.

Determine the stress  $f_{cc}$  in concrete at the level of centroid of compression reinforcement

Calculate the moment of resistance factor using the expression,

$$M_u / f_{ck}bd^2 = 0.36k(1 - 0.42k) + p_c / f_{ck} (f_{sc} - f_{cc})(1 - d'/d) / 100$$

Notes : 1) If the neutral axis is within the covering concrete (i.e  $k < d'/d$ ),  $f_{sc}$  is considered negative and  $f_{cc}$  will be considered zero, since steel will be in tension zone.

2) Value of  $f_{cc}$  (stress in concrete at the level of centroid of compression reinforcement) has been calculated considering M20 Grade of concrete as an approximation to cover all grades of concrete normally used. Error in the value of Moment of Resistance Factor due to this approximation will be negligibly small.

**TABLE R-1 MOMENT OF RESISTANCE FACTORS FOR DOUBLY REINFORCED RECTANGULAR SECTIONS  $M_u/f_{ck}bd^2$**

Grade of steel

Fe-415

$d'/d$

0.05

$\rho_c/f_{ck}$	$\rho_t/f_{ck}$														
	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.10	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15
0.01	0.0348	0.0687	0.1001	0.1285	0.1539	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
0.02	0.0348	0.0691	0.1028	0.1342	0.1625	0.1877	--	--	--	--	--	--	--	--	--
0.03	0.0348	0.0691	0.1033	0.1369	0.1682	0.1964	0.2216	--	--	--	--	--	--	--	--
0.04	0.0348	0.0691	0.1034	0.1376	0.1710	0.2023	0.2304	0.2554	--	--	--	--	--	--	--
0.05	0.0348	0.0691	0.1034	0.1376	0.1718	0.2052	0.2363	0.2643	0.2892	--	--	--	--	--	--
0.06	0.0348	0.0691	0.1034	0.1377	0.1719	0.2060	0.2393	0.2704	0.2982	0.3231	--	--	--	--	--
0.07	0.0348	0.0691	0.1034	0.1377	0.1719	0.2062	0.2403	0.2734	0.3044	0.3322	0.3569	--	--	--	--
0.08	0.0348	0.0691	0.1034	0.1377	0.1719	0.2062	0.2404	0.2745	0.3076	0.3384	0.3661	0.3907	--	--	--
0.09	0.0348	0.0691	0.1034	0.1377	0.1720	0.2062	0.2405	0.2747	0.3087	0.3417	0.3725	0.4000	0.4245	--	--
0.10	0.0348	0.0691	0.1034	0.1377	0.1720	0.2062	0.2405	0.2748	0.3090	0.3429	0.3758	0.4065	0.4339	0.4583	--
0.11	0.0348	0.0691	0.1034	0.1377	0.1720	0.2062	0.2405	0.2748	0.3090	0.3432	0.3771	0.4099	0.4405	0.4678	0.4921
0.12	0.0348	0.0691	0.1034	0.1377	0.1720	0.2062	0.2405	0.2748	0.3090	0.3433	0.3775	0.4113	0.4440	0.4745	0.5017
0.13	0.0348	0.0691	0.1034	0.1377	0.1720	0.2062	0.2405	0.2748	0.3091	0.3433	0.3776	0.4117	0.4455	0.4782	0.5085
0.14	0.0348	0.0691	0.1034	0.1377	0.1720	0.2062	0.2405	0.2748	0.3091	0.3433	0.3776	0.4118	0.4460	0.4797	0.5123
0.15	0.0348	0.0691	0.1034	0.1377	0.1720	0.2062	0.2405	0.2748	0.3091	0.3433	0.3776	0.4119	0.4461	0.4802	0.5139

Note: -- Indicates over reinforced section, ( $k > x_{u,max}/d$ )

**TABLE R-2 MOMENT OF RESISTANCE FACTORS FOR DOUBLY REINFORCED RECTANGULAR SECTIONS  $M_u/f_{ck}bd^2$**

Grade of steel

Fe-415

$d'/d$

0.10

$\rho_c/f_{ck}$	$\rho_t/f_{ck}$														
	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.10	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15
0.01	0.0346	0.0670	0.0982	0.1266	0.1520	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
0.02	0.0346	0.0671	0.0993	0.1304	0.1587	0.1840	--	--	--	--	--	--	--	--	--
0.03	0.0346	0.0671	0.0995	0.1317	0.1625	0.1907	0.2160	--	--	--	--	--	--	--	--
0.04	0.0346	0.0671	0.0996	0.1319	0.1640	0.1947	0.2228	0.2480	--	--	--	--	--	--	--
0.05	0.0346	0.0671	0.0996	0.1320	0.1643	0.1963	0.2268	0.2548	0.2800	--	--	--	--	--	--
0.06	0.0346	0.0671	0.0996	0.1320	0.1644	0.1967	0.2286	0.2589	0.2869	0.3120	--	--	--	--	--
0.07	0.0346	0.0671	0.0996	0.1321	0.1645	0.1969	0.2292	0.2609	0.2911	0.3190	0.3440	--	--	--	--
0.08	0.0346	0.0671	0.0996	0.1321	0.1645	0.1969	0.2293	0.2616	0.2932	0.3233	0.3510	0.3760	--	--	--
0.09	0.0346	0.0671	0.0996	0.1321	0.1645	0.1970	0.2294	0.2617	0.2939	0.3255	0.3554	0.3831	0.4080	--	--
0.10	0.0346	0.0671	0.0996	0.1321	0.1645	0.1970	0.2294	0.2618	0.2942	0.3263	0.3578	0.3876	0.4152	0.4400	--
0.11	0.0346	0.0671	0.0996	0.1321	0.1645	0.1970	0.2295	0.2619	0.2943	0.3266	0.3587	0.3900	0.4198	0.4472	0.4720
0.12	0.0346	0.0671	0.0996	0.1321	0.1645	0.1970	0.2295	0.2619	0.2943	0.3267	0.3590	0.3910	0.4223	0.4519	0.4793
0.13	0.0346	0.0671	0.0996	0.1321	0.1645	0.1970	0.2295	0.2619	0.2944	0.3268	0.3592	0.3915	0.4234	0.4545	0.4841
0.14	0.0346	0.0671	0.0996	0.1321	0.1645	0.1970	0.2295	0.2620	0.2944	0.3268	0.3592	0.3916	0.4239	0.4558	0.4868
0.15	0.0346	0.0671	0.0996	0.1321	0.1645	0.1970	0.2295	0.2620	0.2944	0.3269	0.3593	0.3917	0.4240	0.4563	0.4881

Note : -- Indicates over reinforced section, ( $k > x_{u,max}/d$ )

**TABLE R-3 MOMENT OF RESISTANCE FACTORS FOR DOUBLY REINFORCED RECTANGULAR SECTIONS  $M_u/f_{ck}bd^2$**

Grade of steel

Fe-415

$d'/d$

0.15

$\rho_c/f_{ck}$	$\rho_t/f_{ck}$														
	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.10	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15
0.01	0.0351	0.0662	0.0964	0.1247	0.1501	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
0.02	0.0352	0.0661	0.0968	0.1268	0.1549	0.1801	--	--	--	--	--	--	--	--	--
0.03	0.0353	0.0661	0.0968	0.1273	0.1571	0.1851	0.2102	--	--	--	--	--	--	--	--
0.04	0.0353	0.0661	0.0969	0.1274	0.1578	0.1875	0.2152	0.2402	--	--	--	--	--	--	--
0.05	0.0353	0.0661	0.0968	0.1275	0.1580	0.1883	0.2178	0.2454	0.2703	--	--	--	--	--	--
0.06	0.0353	0.0661	0.0968	0.1275	0.1581	0.1886	0.2188	0.2482	0.2756	0.3004	--	--	--	--	--
0.07	0.0353	0.0661	0.0968	0.1275	0.1582	0.1887	0.2191	0.2493	0.2785	0.3057	0.3305	--	--	--	--
0.08	0.0353	0.0661	0.0968	0.1275	0.1582	0.1888	0.2193	0.2497	0.2798	0.3088	0.3359	0.3606	--	--	--
0.09	0.0353	0.0661	0.0968	0.1275	0.1582	0.1888	0.2194	0.2499	0.2802	0.3103	0.3392	0.3661	0.3907	--	--
0.10	0.0353	0.0661	0.0968	0.1275	0.1582	0.1889	0.2195	0.2500	0.2805	0.3108	0.3408	0.3695	0.3963	0.4208	--
0.11	0.0353	0.0661	0.0968	0.1275	0.1582	0.1889	0.2195	0.2501	0.2806	0.3111	0.3414	0.3712	0.3999	0.4265	--
0.12	0.0353	0.0661	0.0968	0.1275	0.1582	0.1889	0.2195	0.2501	0.2807	0.3112	0.3417	0.3720	0.4016	0.4302	0.4567
0.13	0.0353	0.0661	0.0968	0.1275	0.1582	0.1889	0.2195	0.2502	0.2808	0.3113	0.3418	0.3723	0.4025	0.4321	0.4604
0.14	0.0353	0.0661	0.0968	0.1275	0.1582	0.1889	0.2195	0.2502	0.2808	0.3114	0.3419	0.3724	0.4029	0.4330	0.4625
0.15	0.0354	0.0661	0.0968	0.1275	0.1582	0.1889	0.2195	0.2502	0.2808	0.3114	0.3420	0.3726	0.4030	0.4335	0.4635

Note : Values shown in Red Indicates Neutral Axis lies within the covering concrete, ( $k < d'/d$ )

-- Indicates over reinforced section, ( $k > x_{u,max}/d$ )



**TABLE R-4 MOMENT OF RESISTANCE FACTORS FOR DOUBLY REINFORCED RECTANGULAR SECTIONS  $M_u/f_{ck}bd^2$**

Grade of steel

Fe-415

$d'/d$

0.20

$\rho_c/f_{ck}$	$\rho_t/f_{ck}$														
	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.10	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15
0.01	0.0364	0.0661	0.0951	0.1229	0.1482	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
0.02	0.0367	0.0661	0.0952	0.1237	0.1512	0.1764	--	--	--	--	--	--	--	--	--
0.03	0.0369	0.0661	0.0952	0.1240	0.1522	0.1796	0.2046	--	--	--	--	--	--	--	--
0.04	0.0370	0.0661	0.0952	0.1240	0.1526	0.1808	0.2080	0.2328	--	--	--	--	--	--	--
0.05	0.0370	0.0661	0.0951	0.1241	0.1528	0.1813	0.2094	0.2363	0.2609	--	--	--	--	--	--
0.06	0.0370	0.0661	0.0951	0.1241	0.1529	0.1815	0.2100	0.2380	0.2647	0.2891	--	--	--	--	--
0.07	0.0371	0.0661	0.0951	0.1240	0.1529	0.1817	0.2103	0.2386	0.2666	0.2930	--	--	--	--	--
0.08	0.0371	0.0661	0.0951	0.1240	0.1529	0.1817	0.2104	0.2390	0.2673	0.2951	0.3214	--	--	--	--
0.09	0.0371	0.0661	0.0951	0.1240	0.1529	0.1818	0.2105	0.2392	0.2677	0.2960	0.3237	0.3498	--	--	--
0.10	0.0371	0.0661	0.0951	0.1240	0.1529	0.1818	0.2106	0.2393	0.2679	0.2964	0.3247	0.3522	0.3782	--	--
0.11	0.0371	0.0661	0.0951	0.1240	0.1529	0.1818	0.2106	0.2394	0.2681	0.2967	0.3251	0.3534	0.3807	0.4066	--
0.12	0.0371	0.0661	0.0951	0.1240	0.1529	0.1818	0.2107	0.2395	0.2682	0.2969	0.3254	0.3539	0.3820	0.4092	0.4350
0.13	0.0371	0.0661	0.0950	0.1240	0.1529	0.1818	0.2107	0.2395	0.2683	0.2970	0.3256	0.3542	0.3826	0.4106	0.4377
0.14	0.0371	0.0661	0.0950	0.1240	0.1529	0.1818	0.2107	0.2395	0.2683	0.2971	0.3258	0.3544	0.3829	0.4113	0.4393
0.15	0.0371	0.0661	0.0950	0.1240	0.1529	0.1818	0.2107	0.2395	0.2684	0.2971	0.3259	0.3545	0.3832	0.4117	0.4401

Note : Values shown in Red Indicates Neutral Axis lies within the covering concrete, ( $k < d'/d$ )

-- Indicates over reinforced section, ( $k > x_{u,max}/d$ )

**TABLE R-5 MOMENT OF RESISTANCE FACTORS FOR DOUBLY REINFORCED RECTANGULAR SECTIONS  $M_u/f_{ck}bd^2$**

Grade of steel

Fe-500

$d'/d$

0.05

$\rho_c/f_{ck}$	$\rho_t/f_{ck}$														
	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.10	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15
0.01	0.0418	0.0823	0.1190	0.1513	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
0.02	0.0418	0.0830	0.1233	0.1598	0.1920	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
0.03	0.0418	0.0831	0.1243	0.1643	0.2007	0.2328	--	--	--	--	--	--	--	--	--
0.04	0.0418	0.0831	0.1244	0.1655	0.2052	0.2415	0.2735	--	--	--	--	--	--	--	--
0.05	0.0418	0.0831	0.1244	0.1657	0.2067	0.2462	0.2823	0.3142	--	--	--	--	--	--	--
0.06	0.0418	0.0831	0.1244	0.1657	0.2069	0.2479	0.2872	0.3232	0.3549	--	--	--	--	--	--
0.07	0.0418	0.0831	0.1244	0.1657	0.2070	0.2482	0.2890	0.3282	0.3640	0.3956	--	--	--	--	--
0.08	0.0418	0.0831	0.1244	0.1657	0.2070	0.2483	0.2894	0.3302	0.3692	0.4049	0.4364	--	--	--	--
0.09	0.0418	0.0831	0.1244	0.1658	0.2070	0.2483	0.2895	0.3307	0.3714	0.4102	0.4457	0.4771	--	--	--
0.10	0.0418	0.0831	0.1244	0.1658	0.2070	0.2483	0.2896	0.3308	0.3719	0.4125	0.4512	0.4866	0.5178	--	--
0.11	0.0418	0.0831	0.1244	0.1658	0.2071	0.2483	0.2896	0.3309	0.3721	0.4132	0.4537	0.4922	0.5274	0.5585	--
0.12	0.0418	0.0831	0.1244	0.1657	0.2071	0.2483	0.2896	0.3309	0.3722	0.4134	0.4544	0.4948	0.5332	0.5682	0.5993
0.13	0.0418	0.0831	0.1245	0.1658	0.2071	0.2484	0.2896	0.3309	0.3722	0.4134	0.4547	0.4956	0.5359	0.5742	0.6091
0.14	0.0418	0.0831	0.1244	0.1658	0.2071	0.2484	0.2897	0.3309	0.3722	0.4135	0.4547	0.4959	0.5369	0.5770	0.6152
0.15	0.0418	0.0831	0.1244	0.1658	0.2071	0.2484	0.2897	0.3309	0.3722	0.4135	0.4548	0.4960	0.5372	0.5781	0.6181

Note: -- Indicates over reinforced section, ( $k > x_{u,max}/d$ )

**TABLE R-6 MOMENT OF RESISTANCE FACTORS FOR DOUBLY REINFORCED RECTANGULAR SECTIONS  $M_u/f_{ck}bd^2$**

Grade of steel **Fe-500**  
 $d'/d$  **0.10**

$\rho_c/f_{ck}$	$\rho_t/f_{ck}$														
	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.10	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15
0.01	0.0413	0.0801	0.1166	0.1489	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
0.02	0.0412	0.0804	0.1188	0.1551	0.1872	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
0.03	0.0412	0.0804	0.1193	0.1577	0.1936	0.2255	--	--	--	--	--	--	--	--	--
0.04	0.0412	0.0804	0.1195	0.1583	0.1965	0.2322	0.2639	--	--	--	--	--	--	--	--
0.05	0.0412	0.0804	0.1195	0.1585	0.1972	0.2352	0.2707	0.3022	--	--	--	--	--	--	--
0.06	0.0412	0.0804	0.1195	0.1586	0.1975	0.2362	0.2740	0.3092	0.3406	--	--	--	--	--	--
0.07	0.0412	0.0804	0.1195	0.1586	0.1976	0.2365	0.2752	0.3127	0.3477	0.3789	--	--	--	--	--
0.08	0.0412	0.0804	0.1195	0.1587	0.1977	0.2367	0.2755	0.3141	0.3515	0.3862	0.4173	--	--	--	--
0.09	0.0412	0.0804	0.1195	0.1587	0.1977	0.2368	0.2757	0.3145	0.3530	0.3902	0.4247	0.4557	--	--	--
0.10	0.0412	0.0804	0.1195	0.1587	0.1978	0.2368	0.2758	0.3148	0.3536	0.3919	0.4290	0.4632	0.4940	--	--
0.11	0.0412	0.0804	0.1195	0.1587	0.1978	0.2369	0.2759	0.3149	0.3538	0.3926	0.4309	0.4677	0.5017	--	--
0.12	0.0412	0.0804	0.1195	0.1587	0.1978	0.2369	0.2760	0.3150	0.3540	0.3929	0.4316	0.4697	0.5064	0.5402	--
0.13	0.0412	0.0804	0.1195	0.1587	0.1978	0.2369	0.2760	0.3151	0.3541	0.3930	0.4319	0.4706	0.5086	0.5451	0.5787
0.14	0.0412	0.0804	0.1195	0.1587	0.1978	0.2369	0.2760	0.3151	0.3541	0.3931	0.4321	0.4710	0.5096	0.5474	0.5837
0.15	0.0412	0.0804	0.1195	0.1587	0.1978	0.2369	0.2760	0.3151	0.3542	0.3932	0.4322	0.4711	0.5100	0.5486	0.5863

Note : -- Indicates over reinforced section, ( $k > x_{u,max}/d$ )

**TABLE R-7 MOMENT OF RESISTANCE FACTORS FOR DOUBLY REINFORCED RECTANGULAR SECTIONS  $M_u/f_{ck}bd^2$**

Grade of steel

Fe-500

$d'/d$

0.15

$p_c/f_{ck}$	$p_t/f_{ck}$														
	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.10	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15
0.01	0.0415	0.0787	0.1143	0.1465	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
0.02	0.0416	0.0787	0.1153	0.1506	0.1825	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
0.03	0.0416	0.0787	0.1156	0.1518	0.1868	0.2186	--	--	--	--	--	--	--	--	--
0.04	0.0416	0.0787	0.1157	0.1523	0.1884	0.2231	0.2546	--	--	--	--	--	--	--	--
0.05	0.0416	0.0787	0.1157	0.1525	0.1890	0.2250	0.2595	0.2907	--	--	--	--	--	--	--
0.06	0.0416	0.0787	0.1157	0.1526	0.1893	0.2257	0.2616	0.2957	0.3267	--	--	--	--	--	--
0.07	0.0416	0.0787	0.1157	0.1526	0.1894	0.2260	0.2624	0.2982	0.3320	--	--	--	--	--	--
0.08	0.0416	0.0787	0.1157	0.1526	0.1895	0.2262	0.2628	0.2991	0.3347	0.3683	--	--	--	--	--
0.09	0.0416	0.0787	0.1157	0.1527	0.1896	0.2264	0.2631	0.2995	0.3358	0.3712	0.4046	--	--	--	--
0.10	0.0416	0.0787	0.1157	0.1527	0.1896	0.2264	0.2632	0.2999	0.3363	0.3725	0.4077	0.4409	--	--	--
0.11	0.0416	0.0787	0.1157	0.1527	0.1896	0.2265	0.2633	0.3000	0.3366	0.3731	0.4092	0.4442	0.4772	--	--
0.12	0.0416	0.0787	0.1157	0.1526	0.1896	0.2265	0.2634	0.3002	0.3369	0.3734	0.4098	0.4459	0.4807	0.5135	--
0.13	0.0416	0.0787	0.1157	0.1526	0.1896	0.2265	0.2634	0.3003	0.3370	0.3737	0.4102	0.4466	0.4825	0.5171	0.5497
0.14	0.0416	0.0787	0.1157	0.1526	0.1896	0.2266	0.2635	0.3003	0.3371	0.3739	0.4105	0.4470	0.4834	0.5191	0.5536
0.15	0.0416	0.0786	0.1157	0.1526	0.1896	0.2266	0.2635	0.3004	0.3372	0.3740	0.4107	0.4473	0.4838	0.5202	0.5558

Note : Values shown in Red Indicates Neutral Axis lies within the covering concrete, ( $k < d'/d$ )

-- Indicates over reinforced section, ( $k > x_{u,max}/d$ )

**TABLE R-8 MOMENT OF RESISTANCE FACTORS FOR DOUBLY REINFORCED RECTANGULAR SECTIONS  $M_u/f_{ck}bd^2$**

Grade of steel **Fe-500**  
 $d'/d$  **0.20**

$\rho_c/f_{ck}$	$\rho_t/f_{ck}$														
	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.10	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15
0.01	0.0425	0.0781	0.1123	0.1442	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
0.02	0.0428	0.0781	0.1128	0.1464	0.1779	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
0.03	0.0429	0.0780	0.1129	0.1472	0.1804	0.2117	--	--	--	--	--	--	--	--	--
0.04	0.0429	0.0780	0.1129	0.1475	0.1815	0.2145	0.2455	--	--	--	--	--	--	--	--
0.05	0.0430	0.0780	0.1129	0.1476	0.1820	0.2158	0.2487	--	--	--	--	--	--	--	--
0.06	0.0430	0.0780	0.1129	0.1477	0.1822	0.2164	0.2501	0.2829	--	--	--	--	--	--	--
0.07	0.0430	0.0780	0.1129	0.1477	0.1824	0.2168	0.2508	0.2844	0.3170	--	--	--	--	--	--
0.08	0.0430	0.0780	0.1129	0.1477	0.1824	0.2170	0.2513	0.2852	0.3187	0.3510	--	--	--	--	--
0.09	0.0430	0.0780	0.1129	0.1477	0.1825	0.2171	0.2516	0.2858	0.3197	0.3531	0.3851	--	--	--	--
0.10	0.0430	0.0780	0.1129	0.1477	0.1825	0.2172	0.2517	0.2861	0.3203	0.3541	0.3875	0.4192	--	--	--
0.11	0.0431	0.0780	0.1128	0.1477	0.1825	0.2172	0.2518	0.2863	0.3207	0.3548	0.3885	0.4218	--	--	--
0.12	0.0431	0.0780	0.1128	0.1477	0.1825	0.2172	0.2519	0.2865	0.3209	0.3552	0.3893	0.4230	0.4560	--	--
0.13	0.0431	0.0780	0.1128	0.1477	0.1825	0.2173	0.2520	0.2866	0.3211	0.3555	0.3898	0.4238	0.4575	0.4903	--
0.14	0.0431	0.0780	0.1128	0.1477	0.1825	0.2173	0.2520	0.2867	0.3213	0.3557	0.3901	0.4243	0.4583	0.4920	0.5245
0.15	0.0431	0.0779	0.1128	0.1477	0.1825	0.2173	0.2520	0.2867	0.3214	0.3559	0.3904	0.4247	0.4588	0.4928	0.5265

Note : Values shown in Red Indicates Neutral Axis lies within the covering concrete, ( $k < d'/d$ )

-- Indicates over reinforced section, ( $k > x_{u,max}/d$ )

TABLE K-1 DEPTH OF NEUTRAL AXIS FACTORS FOR DOUBLY REINFORCED RECTANGULAR SECTIONS,  $k$

Grade of steel

$d'/d$

$\rho_c/f_{ck}$	$\rho_t/f_{ck}$													
	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.10	0.11	0.12	0.13	0.14
0.01	0.062585	0.112504	0.206279	0.305349	0.405256	0.500772	0.577682	0.633772	0.676797	0.707444	0.723001	0.736847	0.749293	0.760554
0.02	0.056617	0.074992	0.122234	0.211745	0.309908	0.409491	0.503436	0.577669	0.630945	0.672300	0.702166	0.719002	0.732095	0.743955
0.03	0.054459	0.065742	0.081583	0.130461	0.216944	0.314429	0.413705	0.505957	0.577656	0.628399	0.668322	0.697542	0.715543	0.727954
0.04	0.053358	0.061407	0.071863	0.086228	0.137667	0.221910	0.318912	0.417899	0.508347	0.577644	0.626094	0.664782	0.693462	0.712524
0.05	0.052692	0.058926	0.066623	0.076302	0.091836	0.144118	0.226671	0.323361	0.422072	0.510619	0.577633	0.623999	0.661612	0.689835
0.06	0.052246	0.057325	0.063382	0.070704	0.079686	0.097348	0.149984	0.231251	0.327778	0.426228	0.512782	0.577623	0.622087	0.658759
0.07	0.051926	0.056208	0.061188	0.067039	0.073993	0.082360	0.102601	0.155379	0.235667	0.332162	0.430366	0.514844	0.577614	0.620336
0.08	0.051686	0.055386	0.059608	0.064465	0.070101	0.076706	0.084529	0.107211	0.160385	0.240315	0.336517	0.434486	0.516814	0.577606
0.09	0.051499	0.054756	0.058417	0.062560	0.067282	0.072705	0.078986	0.087412	0.111526	0.165644	0.244988	0.340843	0.438590	0.518697
0.10	0.051350	0.054257	0.057488	0.061096	0.065150	0.069732	0.074948	0.080930	0.090528	0.116764	0.170683	0.249609	0.345142	0.442677
0.11	0.051227	0.053853	0.056742	0.059936	0.063482	0.067441	0.071885	0.076903	0.082608	0.093299	0.121665	0.175511	0.254184	0.349417
0.12	0.051125	0.053519	0.056132	0.058994	0.062143	0.065622	0.069484	0.073791	0.078622	0.084073	0.096741	0.126283	0.180151	0.258712
0.13	0.051039	0.053238	0.055622	0.058215	0.061045	0.064145	0.067553	0.071317	0.075492	0.080146	0.085500	0.100027	0.130655	0.184624
0.14	0.050965	0.052998	0.055191	0.057560	0.060128	0.062921	0.065968	0.069304	0.072972	0.077019	0.081507	0.087847	0.103076	0.134809
0.15	0.050900	0.052792	0.054820	0.057001	0.059351	0.061891	0.064644	0.067637	0.070901	0.074473	0.078399	0.082730	0.090005	0.105914

TABLE K-2 DEPTH OF NEUTRAL AXIS FACTORS FOR DOUBLY REINFORCED RECTANGULAR SECTIONS,  $k$

Grade of steel

$d'/d$

$\rho_c/f_{ck}$	$\rho_t/f_{ck}$													
	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.10	0.11	0.12	0.13	0.14
0.01	0.100087	0.143493	0.213961	0.308702	0.406864	0.501477	0.578165	0.634163	0.677084	0.707656	0.723116	0.736956	0.749396	0.760652
0.02	0.100053	0.125171	0.159714	0.225007	0.316112	0.412559	0.504798	0.578587	0.631690	0.672839	0.702562	0.719216	0.732298	0.744148
0.03	0.100038	0.117400	0.139912	0.169219	0.235202	0.323120	0.418098	0.507935	0.578970	0.629462	0.669087	0.698101	0.715843	0.728239
0.04	0.100029	0.113235	0.129572	0.149984	0.178929	0.244468	0.329938	0.423492	0.510906	0.579320	0.627447	0.665747	0.694164	0.712899
0.05	0.100024	0.110661	0.123379	0.138729	0.157414	0.187343	0.252998	0.336496	0.428753	0.513726	0.579641	0.625615	0.662757	0.690665
0.06	0.100020	0.108919	0.119293	0.131484	0.145928	0.163167	0.196196	0.260924	0.342822	0.433889	0.516408	0.579936	0.623944	0.660065
0.07	0.100018	0.107664	0.116407	0.126472	0.138142	0.151765	0.167773	0.204027	0.268344	0.348940	0.438910	0.518962	0.580208	0.622414
0.08	0.100016	0.106717	0.114265	0.122816	0.132558	0.143727	0.156609	0.172456	0.211044	0.275334	0.354867	0.443821	0.521400	0.580460
0.09	0.100014	0.105977	0.112614	0.120035	0.128373	0.137792	0.148489	0.160703	0.178392	0.217401	0.281949	0.360620	0.448630	0.523730
0.10	0.100013	0.105384	0.111303	0.117852	0.125128	0.133246	0.142349	0.152604	0.164212	0.183673	0.223704	0.288236	0.366214	0.453344
0.11	0.100011	0.104898	0.110238	0.116095	0.122540	0.129660	0.137559	0.146358	0.156200	0.167259	0.188845	0.230729	0.294232	0.371660
0.12	0.100011	0.104492	0.109356	0.114650	0.120431	0.126763	0.133726	0.141407	0.149914	0.159372	0.169903	0.194695	0.237385	0.299969
0.13	0.100010	0.104148	0.108613	0.113442	0.118680	0.124377	0.130592	0.137394	0.144863	0.153092	0.162193	0.173996	0.200131	0.243725
0.14	0.100009	0.103853	0.107979	0.112418	0.117204	0.122377	0.127984	0.134079	0.140722	0.147986	0.155952	0.164719	0.178162	0.205202
0.15	0.100008	0.103597	0.107432	0.111537	0.115942	0.120678	0.125782	0.131296	0.137270	0.143757	0.150823	0.158540	0.166996	0.182007

TABLE K-3 DEPTH OF NEUTRAL AXIS FACTORS FOR DOUBLY REINFORCED RECTANGULAR SECTIONS,  $k$

Grade of steel

$d'/ld$

$\rho_c/f_{ck}$	$\rho_t/f_{ck}$													
	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.10	0.11	0.12	0.13	0.14
0.01	0.130059	0.174379	0.233399	0.314762	0.410435	0.503362	0.579161	0.634794	0.677445	0.707871	0.723232	0.737064	0.749500	0.760750
0.02	0.137036	0.165522	0.202878	0.249976	0.326685	0.419318	0.508376	0.580471	0.632900	0.673538	0.702980	0.719431	0.732501	0.744341
0.03	0.140351	0.161310	0.187757	0.220493	0.262751	0.337511	0.427723	0.513043	0.581652	0.631205	0.670096	0.698708	0.716143	0.728524
0.04	0.142305	0.158878	0.179125	0.203511	0.232901	0.274611	0.347879	0.435712	0.517406	0.582721	0.629678	0.667045	0.694949	0.713274
0.05	0.143597	0.157301	0.173631	0.192827	0.215480	0.242259	0.285249	0.357574	0.443334	0.521497	0.583695	0.628298	0.664322	0.691616
0.06	0.144516	0.156198	0.169852	0.185587	0.203805	0.224976	0.249631	0.295626	0.366702	0.450627	0.525347	0.584586	0.627045	0.661878
0.07	0.145204	0.155383	0.167102	0.180393	0.195536	0.212856	0.232739	0.255577	0.304985	0.375340	0.457626	0.528977	0.585404	0.625901
0.08	0.145738	0.154757	0.165015	0.176499	0.189408	0.203975	0.220477	0.239229	0.264121	0.313511	0.383552	0.464358	0.532412	0.586158
0.09	0.146164	0.154261	0.163378	0.173477	0.184703	0.197227	0.211248	0.227000	0.244750	0.271721	0.321341	0.391386	0.470847	0.535665
0.10	0.146513	0.153858	0.162061	0.171067	0.180984	0.191942	0.204086	0.217593	0.232659	0.249513	0.278549	0.328580	0.398884	0.477113
0.11	0.146804	0.153525	0.160980	0.169101	0.177975	0.187699	0.198385	0.210163	0.223185	0.237621	0.253670	0.285908	0.336046	0.406080
0.12	0.147050	0.153245	0.160075	0.167469	0.175493	0.184223	0.193747	0.204164	0.215591	0.228157	0.242014	0.258683	0.293333	0.343979
0.13	0.147261	0.153006	0.159307	0.166091	0.173411	0.181326	0.189906	0.199229	0.209383	0.220472	0.232611	0.245933	0.264740	0.300276
0.14	0.147443	0.152800	0.158648	0.164914	0.171641	0.178876	0.186675	0.195101	0.204222	0.214121	0.224888	0.236627	0.249454	0.270328
0.15	0.147603	0.152620	0.158076	0.163897	0.170118	0.176778	0.183922	0.191601	0.199870	0.208794	0.218446	0.228906	0.240268	0.252636



TABLE K-4 DEPTH OF NEUTRAL AXIS FACTORS FOR DOUBLY REINFORCED RECTANGULAR SECTIONS,  $k$

Grade of steel

$d'/d$

$\rho_c/f_{ck}$	$\rho_t/f_{ck}$													
	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.10	0.11	0.12	0.13	0.14
0.01	0.155651	0.200259	0.258384	0.327519	0.415313	0.506133	0.580796	0.635958	0.678284	0.708491	0.723558	0.737360	0.749768	0.760996
0.02	0.169696	0.200175	0.239309	0.286987	0.344107	0.427922	0.513579	0.583543	0.635106	0.675113	0.704139	0.720042	0.733059	0.744853
0.03	0.176799	0.200132	0.229256	0.264211	0.305757	0.359196	0.439215	0.520405	0.585998	0.634348	0.672322	0.700340	0.717006	0.729316
0.04	0.181156	0.200106	0.223195	0.250342	0.282208	0.319429	0.371839	0.450014	0.526702	0.588206	0.633669	0.669847	0.696997	0.714361
0.05	0.184117	0.200089	0.219179	0.241207	0.266665	0.296080	0.329981	0.384008	0.460474	0.532540	0.590204	0.633058	0.667641	0.694033
0.06	0.186267	0.200076	0.216333	0.234799	0.255831	0.279825	0.307213	0.338439	0.395340	0.470405	0.537978	0.592022	0.632505	0.665660
0.07	0.187900	0.200067	0.214215	0.230079	0.247918	0.268026	0.290734	0.316401	0.348079	0.405710	0.479769	0.543062	0.593447	0.632004
0.08	0.189184	0.200059	0.212580	0.226469	0.241917	0.259145	0.278402	0.299968	0.324146	0.357857	0.415274	0.486462	0.547831	0.594714
0.09	0.190220	0.200053	0.211280	0.223622	0.237222	0.252250	0.268893	0.287367	0.307910	0.330782	0.366647	0.424150	0.492713	0.552318
0.10	0.191075	0.200049	0.210223	0.221321	0.233457	0.246757	0.261370	0.277458	0.295210	0.314829	0.336542	0.374686	0.432434	0.498570
0.11	0.191791	0.200045	0.209346	0.219426	0.230373	0.242288	0.255286	0.269494	0.285058	0.302141	0.320921	0.342093	0.383828	0.440198
0.12	0.192401	0.200041	0.208607	0.217838	0.227804	0.238585	0.250273	0.262968	0.276787	0.291856	0.308319	0.326334	0.349943	0.392393
0.13	0.192927	0.200038	0.207976	0.216488	0.225631	0.235470	0.246077	0.257536	0.269935	0.283378	0.297980	0.313867	0.331180	0.357186
0.14	0.193384	0.200036	0.207431	0.215327	0.223770	0.232814	0.242517	0.252946	0.264174	0.276285	0.289370	0.303531	0.318881	0.335546
0.15	0.193785	0.200033	0.206956	0.214318	0.222159	0.230524	0.239460	0.249022	0.259271	0.270272	0.282102	0.294844	0.308588	0.323438

TABLE K-5 DEPTH OF NEUTRAL AXIS FACTORS FOR DOUBLY REINFORCED RECTANGULAR SECTIONS,  $k$

Grade of steel

$d'/d$

$\rho_c/f_{ck}$	$\rho_t/f_{ck}$													
	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.10	0.11	0.12	0.13	0.14
0.01	0.069016	0.136209	0.249833	0.368657	0.482555	0.566416	0.624335	0.664159	0.685870	0.703573	0.719244	0.733234	0.745814	0.757198
0.02	0.059749	0.085272	0.148453	0.257739	0.374847	0.485924	0.565458	0.620240	0.658270	0.680727	0.697282	0.712089	0.725424	0.737509
0.03	0.056485	0.071562	0.094581	0.159417	0.265327	0.380911	0.489069	0.564623	0.616734	0.653265	0.676402	0.691934	0.705947	0.718665
0.04	0.054848	0.065348	0.079915	0.101778	0.169274	0.272638	0.386859	0.492017	0.563892	0.613699	0.648962	0.672717	0.687335	0.700622
0.05	0.053869	0.061876	0.072293	0.086219	0.109616	0.178305	0.279708	0.392699	0.494785	0.563243	0.611050	0.645227	0.669541	0.683339
0.06	0.053217	0.059673	0.067707	0.077915	0.091182	0.117081	0.186686	0.286562	0.398440	0.497394	0.562666	0.608718	0.641875	0.665774
0.07	0.052753	0.058155	0.064666	0.072640	0.082579	0.095208	0.124488	0.194539	0.293223	0.404086	0.499857	0.562148	0.606272	0.638018
0.08	0.052406	0.057046	0.062508	0.069016	0.076877	0.086521	0.098550	0.131155	0.201953	0.299710	0.409644	0.502188	0.561682	0.603693
0.09	0.052136	0.056202	0.060899	0.066380	0.072844	0.080562	0.089903	0.102996	0.137224	0.208995	0.306039	0.415119	0.504398	0.561259
0.10	0.051921	0.055538	0.059655	0.064380	0.069849	0.076243	0.083800	0.092840	0.107495	0.143344	0.215714	0.312225	0.420516	0.506497
0.11	0.051745	0.055002	0.058665	0.062812	0.067541	0.072977	0.079284	0.086670	0.095417	0.111565	0.150317	0.222151	0.318277	0.425839
0.12	0.051599	0.054561	0.057858	0.061550	0.065710	0.070426	0.075815	0.082022	0.089234	0.097698	0.116157	0.156977	0.228340	0.324208
0.13	0.051475	0.054191	0.057189	0.060514	0.064222	0.068380	0.073072	0.078402	0.084502	0.091540	0.100076	0.120915	0.163363	0.234305
0.14	0.051369	0.053876	0.056624	0.059648	0.062991	0.066704	0.070850	0.075507	0.080770	0.086759	0.093625	0.103463	0.125403	0.169506
0.15	0.051277	0.053605	0.056141	0.058913	0.061954	0.065306	0.069016	0.073142	0.077757	0.082948	0.088824	0.095521	0.106617	0.129652

TABLE K-6 DEPTH OF NEUTRAL AXIS FACTORS FOR DOUBLY REINFORCED RECTANGULAR SECTIONS,  $k$

Grade of steel

$d'/d$

$\rho_c/f_{ck}$	$\rho_t/f_{ck}$													
	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.10	0.11	0.12	0.13	0.14
0.01	0.107607	0.166291	0.258348	0.373319	0.485027	0.567687	0.625164	0.664726	0.686185	0.703856	0.719500	0.733468	0.746029	0.757397
0.02	0.104557	0.138031	0.186615	0.272418	0.383705	0.490615	0.567822	0.621787	0.659327	0.681308	0.697810	0.712571	0.725867	0.737919
0.03	0.103244	0.125908	0.156998	0.199845	0.284840	0.393580	0.495768	0.567939	0.618902	0.654747	0.677213	0.692676	0.706629	0.719294
0.04	0.102517	0.119498	0.141559	0.170544	0.213441	0.296907	0.403012	0.500547	0.568042	0.616412	0.650817	0.673727	0.688264	0.701481
0.05	0.102055	0.115590	0.132455	0.153749	0.180901	0.224756	0.308194	0.412056	0.504994	0.568132	0.614242	0.647411	0.670724	0.684433
0.06	0.101737	0.112971	0.126540	0.143125	0.163617	0.189163	0.236288	0.318834	0.420754	0.509152	0.568213	0.612335	0.644431	0.668112
0.07	0.101503	0.111100	0.122417	0.135897	0.152117	0.171820	0.195949	0.246886	0.328927	0.429145	0.513049	0.568284	0.610646	0.641672
0.08	0.101325	0.109698	0.119388	0.130697	0.144013	0.159830	0.178778	0.203556	0.256575	0.338549	0.437259	0.516714	0.568349	0.609141
0.09	0.101185	0.108608	0.117072	0.126789	0.138031	0.151137	0.166538	0.184771	0.211790	0.265513	0.347760	0.445121	0.520170	0.568408
0.10	0.101071	0.107738	0.115246	0.123752	0.133451	0.144585	0.157455	0.172437	0.190000	0.219232	0.273818	0.356609	0.452754	0.523436
0.11	0.100978	0.107027	0.113770	0.121327	0.129839	0.139486	0.150485	0.163104	0.177676	0.194609	0.226071	0.281584	0.365135	0.458800
0.12	0.100899	0.106435	0.112554	0.119346	0.126922	0.135415	0.144985	0.155831	0.168192	0.182364	0.198706	0.234161	0.290513	0.373371
0.13	0.100832	0.105935	0.111534	0.117700	0.124519	0.132092	0.140543	0.150020	0.160701	0.172802	0.186588	0.205122	0.241776	0.299252
0.14	0.100775	0.105507	0.110667	0.116310	0.122506	0.129332	0.136886	0.145281	0.154650	0.165159	0.177002	0.190417	0.211037	0.248977
0.15	0.100724	0.105137	0.109920	0.115121	0.120795	0.127005	0.133826	0.141346	0.149671	0.158926	0.169258	0.180847	0.193907	0.216558

TABLE K-7 DEPTH OF NEUTRAL AXIS FACTORS FOR DOUBLY REINFORCED RECTANGULAR SECTIONS,  $k$

Grade of steel

$d'/d$

$\rho_c/f_{ck}$	$\rho_t/f_{ck}$													
	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.10	0.11	0.12	0.13	0.14
0.01	0.137875	0.196885	0.275958	0.379670	0.488447	0.569524	0.626406	0.665595	0.686674	0.704302	0.719910	0.733854	0.746395	0.757744
0.02	0.142176	0.179712	0.230607	0.296094	0.394930	0.497024	0.571222	0.624084	0.660937	0.682211	0.698638	0.713335	0.726585	0.738601
0.03	0.144207	0.171456	0.207047	0.252764	0.313876	0.408629	0.504826	0.572684	0.622109	0.656995	0.678466	0.693833	0.707704	0.720300
0.04	0.145397	0.166721	0.193562	0.227172	0.269085	0.329106	0.421101	0.511977	0.573958	0.620408	0.653619	0.675281	0.689708	0.702830
0.05	0.146180	0.163676	0.185047	0.211096	0.242953	0.281846	0.342729	0.433438	0.518571	0.575077	0.618929	0.650696	0.672540	0.686131
0.06	0.146735	0.161561	0.179247	0.200306	0.225521	0.255817	0.292207	0.356206	0.445361	0.524684	0.576070	0.617631	0.648143	0.670158
0.07	0.147148	0.160008	0.175064	0.192645	0.213298	0.237688	0.266583	0.302318	0.368580	0.456638	0.529809	0.576955	0.616484	0.645894
0.08	0.147469	0.158821	0.171912	0.186957	0.204345	0.224553	0.248144	0.275776	0.313766	0.380043	0.464306	0.533249	0.577751	0.615463
0.09	0.147725	0.157885	0.169457	0.182581	0.197543	0.214687	0.234430	0.257260	0.283744	0.324113	0.390737	0.471433	0.536369	0.578469
0.10	0.147933	0.157127	0.167492	0.179117	0.192216	0.207047	0.223917	0.243192	0.265299	0.290735	0.333548	0.400772	0.478087	0.539216
0.11	0.148107	0.156502	0.165885	0.176310	0.187942	0.200976	0.215644	0.232222	0.251033	0.272456	0.296930	0.343052	0.410232	0.484322
0.12	0.148254	0.155978	0.164546	0.173991	0.184441	0.196046	0.208985	0.223469	0.239745	0.258103	0.278881	0.305334	0.353101	0.419187
0.13	0.148379	0.155531	0.163414	0.172044	0.181523	0.191969	0.203521	0.216344	0.230629	0.246600	0.264518	0.284686	0.313712	0.362608
0.14	0.148488	0.155147	0.162445	0.170388	0.179055	0.188544	0.198963	0.210444	0.223135	0.237212	0.252879	0.270371	0.289963	0.321528
0.15	0.148583	0.154812	0.161607	0.168961	0.176942	0.185629	0.195109	0.205485	0.216878	0.229427	0.243291	0.258656	0.275738	0.294785

TABLE K-8 DEPTH OF NEUTRAL AXIS FACTORS FOR DOUBLY REINFORCED RECTANGULAR SECTIONS,  $k$

Grade of steel

$d'/d$

$\rho_c/f_{ck}$	$\rho_t/f_{ck}$													
	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.10	0.11	0.12	0.13	0.14
0.01	0.163779	0.222609	0.299695	0.390642	0.492955	0.571556	0.627884	0.666689	0.687312	0.704897	0.720468	0.734373	0.746879	0.758198
0.02	0.175377	0.215213	0.267554	0.332584	0.412046	0.505093	0.574970	0.626807	0.662948	0.683375	0.699732	0.714369	0.727556	0.739512
0.03	0.181222	0.211409	0.249985	0.297725	0.355633	0.430610	0.515781	0.577906	0.625892	0.659785	0.680073	0.695353	0.709145	0.721669
0.04	0.184791	0.209112	0.239348	0.276063	0.320386	0.373231	0.446659	0.525314	0.580461	0.625103	0.657075	0.677266	0.691592	0.704623
0.05	0.187208	0.207580	0.232332	0.261781	0.296834	0.338412	0.387330	0.460654	0.532380	0.582704	0.624418	0.654731	0.674849	0.688330
0.06	0.188957	0.206487	0.227393	0.251818	0.280436	0.313997	0.353272	0.399691	0.471687	0.537755	0.584693	0.623817	0.652682	0.672748
0.07	0.190283	0.205668	0.223742	0.244531	0.268536	0.296327	0.328538	0.365831	0.413969	0.481660	0.542524	0.586467	0.623285	0.650877
0.08	0.191323	0.205033	0.220938	0.238996	0.259579	0.283118	0.310107	0.341089	0.376642	0.426883	0.490749	0.546787	0.588062	0.622812
0.09	0.192161	0.204525	0.218721	0.234661	0.252627	0.272946	0.296001	0.322219	0.352075	0.386079	0.438671	0.499088	0.550626	0.589503
0.10	0.192852	0.204111	0.216925	0.231179	0.247090	0.264911	0.284935	0.307500	0.332982	0.361802	0.394413	0.449512	0.506782	0.554105
0.11	0.193430	0.203764	0.215440	0.228324	0.242585	0.258422	0.276063	0.295773	0.317850	0.342633	0.370496	0.404354	0.459865	0.513917
0.12	0.193921	0.203473	0.214194	0.225942	0.238853	0.253083	0.268812	0.286250	0.305634	0.327234	0.351352	0.378325	0.414959	0.468097
0.13	0.194344	0.203223	0.213133	0.223927	0.235713	0.248619	0.262787	0.278386	0.295605	0.314659	0.335792	0.359280	0.385424	0.424853
0.14	0.194712	0.203007	0.212219	0.222200	0.233037	0.244835	0.257710	0.271795	0.287246	0.304234	0.322959	0.343640	0.366528	0.391897
0.15	0.195034	0.202817	0.211424	0.220703	0.230730	0.241589	0.253376	0.266200	0.280186	0.295475	0.312228	0.330625	0.350869	0.373187

**Fe-415**

**0.05**

<b>0.15</b>
0.770797
0.754755
0.739269
0.724312
0.709866
0.686594
0.656179
0.618727
0.577598
0.520501
0.446749
0.353665
0.263199
0.188946
0.138769

**Fe-415**

**0.10**

<b>0.15</b>
0.770891
0.754940
0.739541
0.724671
0.710307
0.687538
0.657632
0.621008
0.580694
0.525959
0.457966
0.376969
0.305470
0.249785
0.209954

**Fe-415**

**0.15**

<b>0.15</b>
0.770984
0.755124
0.739813
0.725028
0.710748
0.688643
0.659675
0.624853
0.586856
0.538756
0.482053
0.413002
0.351570
0.306795
0.275508



**Fe-415**

**0.20**

<b>0.15</b>
0.771212
0.755595
0.740544
0.726031
0.712034
0.691389
0.663875
0.631545
0.595869
0.556552
0.504081
0.448452
0.400449
0.363903
0.339505

**Fe-500**

**0.05**

<b>0.15</b>
0.767556
0.748520
0.730268
0.712761
0.695961
0.679835
0.661610
0.634560
0.601345
0.560875
0.508495
0.431092
0.330026
0.240104
0.175431

**Fe-500**

**0.10**

<b>0.15</b>
0.767741
0.748900
0.730853
0.713559
0.696979
0.681078
0.664137
0.638549
0.607791
0.568461
0.526530
0.463324
0.381344
0.307680
0.255809

**Fe-500**

**0.15**

<b>0.15</b>
0.768072
0.749550
0.731812
0.714823
0.698571
0.682997
0.668067
0.643899
0.614547
0.579122
0.541822
0.490184
0.428552
0.371637
0.328849

**Fe-500**

**0.20**

<b>0.15</b>
0.768499
0.750409
0.733101
0.716536
0.700672
0.685474
0.670905
0.649276
0.622388
0.590811
0.557272
0.520559
0.475764
0.434122
0.398181

## TYPICAL CALCULATION OF MOMENT OF RESISTANCE FACTORS FOR DOUBLY REINFORCED RECTANGULAR SECTION.

### Example 1:

Calculation of moment of resistance factor for a doubly reinforced rectangular section

#### DATA:

$$f_y = 415 \text{ N/Sq mm,}$$

$$p_t/f_{ck} = 0.05, p_c/f_{ck} = 0.08, d'/d = 0.10$$

#### Solution:

$$k = x_u/d = 0.132558, \text{ obtained by iterative computations (Refer TABLE K-2)}$$

$$\text{Strain in Compression steel} = 0.000860$$

$$\text{Strain in Tension steel} = 0.022903$$

$$\text{Stress in Compression steel, } f_{sc} = 171.930740 \text{ N/Sq mm}$$

$$\text{Stress in Tension steel, } f_{st} = 360.899994 \text{ N/Sq mm}$$

$$\text{Stress in concrete at the level of Compression steel, } f_{cc} = 6.020131 \text{ N/sq mm}$$

Note: Value of  $f_{cc}$  has been computed considering M20 Concrete as an approximation so that the error is negligibly small over the concrete mixes normally used.

$C$  = Compressive force and  $T$  = Tensile force, on the section

$$\begin{aligned} \frac{C}{f_{ck} bd} &= 0.36 \times k + p_c/f_{ck} (f_{sc} - f_{cc}) / 100 \\ &= 0.36 \times 0.132558 + 0.08 \times (171.930740 - 6.020131) / 100 \\ &= 0.180449 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{T}{f_{ck} bd} &= p_t/f_{ck} \times f_{st} / 100 \\ &= 0.05 \times 360.899994 / 100 \\ &= 0.180450 \end{aligned}$$

Value of  $C/f_{ck}bd$  and  $T/f_{ck}bd$  are almost equal

and hence force equilibrium is achieved

$$\begin{aligned}M_u/f_{ck}bd^2 &= 0.36 * k (1 - 0.42 * k) + p_c / f_{ck} (f_{sc} - f_{cc})(1 - d'/d)/100 \\ &= 0.36 * 0.132558(1 - 0.42 * 0.132558) \\ &\quad + 0.080000(171.930740 - 6.020131)(1-0.10)/100 \\ &= 0.16452, \text{ say } 0.1645\end{aligned}$$

### Example 2: (Neutral Axis lies within the Covering Concrete)

Calculation of moment of resistance factor for a doubly reinforced rectangular section

#### DATA:

$$f_y = 415 \text{ N/Sq mm,}$$

$$p_t/f_{ck} = 0.01, p_c/f_{ck} = 0.10, d'/d = 0.15$$

#### Solution:

$$k = x_u/d = 0.146513, \text{ obtained by iterative computations (Refer TABLE K-3)}$$

Neutral Axis lies within the covering concrete ( $k < d'/d$ )

$$\text{Strain in Compression steel (Top reinforcement)} = 0.000083 \text{ (Tensile)}$$

$$\text{Strain in Tension steel} = 0.020389$$

$$\text{Stress in Compression steel (Top reinforcement), } f_{sc} = -16.659035 \text{ N/Sq mm}$$

$$\text{Stress in Tension steel, } f_{st} = 360.899994 \text{ N/Sq mm}$$

$$\text{Stress in concrete at the level of Compression steel, } f_{cc} = 0.00 \text{ N/sq mm}$$

Note: Value of  $f_{cc}$  has been computed considering M20 Concrete as an approximation so that the error is negligibly small over the concrete mixes normally used.

$C$  = Compressive force and  $T$  = Tensile force, on the section

$$\frac{C}{f_{ck} bd} = 0.36 \times k + p_c / f_{ck} (f_{sc} - f_{cc}) / 100$$

$$= 0.36 \times 0.146513 + 0.10 \times (-16.659035 - 0.000000) / 100$$

$$= 0.036086$$

$$\frac{T}{f_{ck} bd} = p_t / f_{ck} \times f_{st} / 100$$

$$= 0.010 \times 360.899994 / 100$$

$$= 0.036090$$

Value of  $C/f_{ck}bd$  and  $T/f_{ck}bd$  are almost equal

and hence force equilibrium is achieved

$$M_u / f_{ck} b d^2 = 0.36 * k (1 - 0.42 * k) + p_c / f_{ck} (f_{sc} - f_{cc})(1 - d'/d) / 100$$

$$= 0.36 * 0.146513(1 - 0.42 * 0.146513)$$

$$+ 0.10(-16.659035 - 0.000000)(1-0.15)/100$$

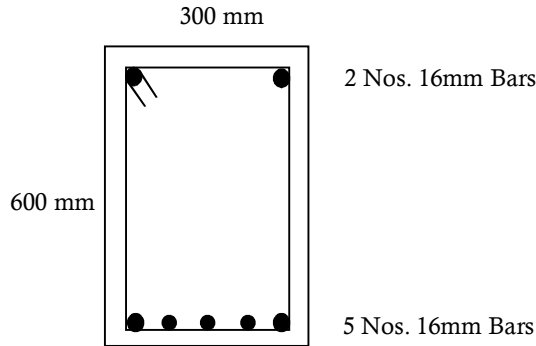
$$= 0.035339, \text{ say } 0.0353$$



## ILLUSTRATIVE EXAMPLES

### I) Analysis of a given doubly reinforced concrete section :

**Example 1** : - Calculate the moment capacity of a doubly reinforced rectangular beam section 300 mm wide x 600 mm deep by Limit State Method. The beam section is provided with 2 Nos 16 mm bars on the compression side and 5 Nos 16 mm bars on the tension side. Adopt M20 concrete and Fe – 415 Steel.  
Concrete cover to the centre of reinforcement =  $d' = 40$  mm



Solution : Effective depth  $d = 600 - 40 = 560$  mm,  $b = 300$  mm  
 $d'/d = 40 / 560 = 0.07$ , the next higher value of 0.10 will be adopted.

$$p_t = 5 \times 201 \times 100 / (300 \times 560) = 0.598, \quad p_t/f_{ck} = 0.598 / 20 = 0.0299, \text{ Say } 0.03$$

$$p_c = 2 \times 201 \times 100 / (300 \times 560) = 0.239, \quad p_c/f_{ck} = 0.239 / 20 = 0.01195$$

For the given grade of steel, considering  $d'/d = 0.10$ , TABLE R-2 to be referred.

Referring to column corresponding to  $p_t/f_{ck} = 0.03$ , By Linear interpolation,

$$M_u/f_{ck}bd^2 = 0.0982 + (0.0993 - 0.0982) / (0.02 - 0.01) \times (0.01195 - 0.01)$$

$$= 0.0984$$

$$\text{Moment Capacity of the section} = M_u = 0.0984 \times 20 \times 300 \times 560^2 / 10^6 = 185.15 \text{ kNm}$$

### II) Design of reinforced concrete beams / slabs subjected to reversal of bending moments.

**Example 2** : Rectangular section of a Reinforced concrete beam is subjected to a factored hogging moment of 100 kNm and a factored sagging moment of 50 kNm under two different critical load combinations. The beam is 230 mm wide x 450 mm deep. Assuming a concrete cover of 40 mm to the centre of reinforcement, determine the main reinforcement required for the beam.

#### Solution:

$$b = 230 \text{ mm}, \quad d = 450 - 40 = 410 \text{ mm}, \quad d' = 40 \text{ mm}$$

$$d'/d = 40 / 410 = 0.098, \text{ Next higher value of } 0.10 \text{ will be considered.}$$

**Step 1** : First consider the smaller value of the two given moment values, i.e 50 kNm (Sagging)

Factored sagging moment,  $M_{us} = 50 \text{ kNm}$ ,

$$M_{us} / f_{ck} b d^2 = 50 \times 10^6 / (20 \times 230 \times 410^2) = 0.0647$$

For Fe-415 steel and  $d'/d = 0.10$ , TABLE R-2 is relevant to be referred.

Referring to TABLE R-2, moment of resistance factors under the columns corresponding to  $p_t/f_{ck} = 0.02$  are close to the required value of  $M_u/f_{ck} b d^2$  of 0.0647.  $p_t/f_{ck} = 0.02$  and  $p_c/f_{ck} = 0.02$  or more will be adequate for sagging moment of 50 kNm. Under sagging moment, bottom reinforcement will be in tension,

$$\text{Hence } p_{bot}/f_{ck} = p_t/f_{ck} = 0.02.$$

**Step 2 :** Consider the higher value of the two given moment values, i.e 100 kNm (Hogging)

$$M_{uh} / f_{ck} b d^2 = 100 \times 10^6 / (20 \times 230 \times 410^2) = 0.1293$$

Under hogging moment, bottom reinforcement will be in compression, Hence  $p_c/f_{ck} = p_{bot}/f_{ck} = 0.02$  as obtained from Step 1.

Referring to the relevant TABLE R-2, from the row corresponding to  $p_c/f_{ck} = 0.02$ ,  $M_u/f_{ck} b d^2$  value corresponding to  $p_t/f_{ck} = 0.04$  is 0.1304 which is more than the required value of 0.1293. Hence OK.

Under hogging moment, top reinforcement will be in tension,

$$\text{Hence } p_{top}/f_{ck} = p_t/f_{ck} = 0.04.$$

**Step 3:** Calculation of area of steel.

Percentage reinforcement at top,  $p_{top} = 0.04 \times 20 = 0.8\%$

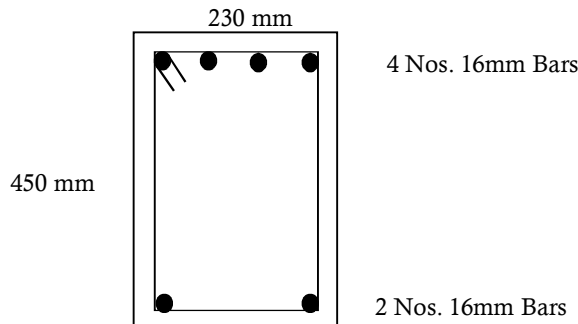
Area of steel at top =  $0.8 \times 230 \times 410 / 100 = 754.40 \text{ mm}^2$

Provide 4 Nos 16 mm Bars

Percentage reinforcement at bottom,  $p_{bot} = 0.02 \times 20 = 0.4\%$

Area of steel at bottom =  $0.4 \times 230 \times 410 / 100 = 377.20 \text{ mm}^2$

Provide 2 Nos 16 mm Bars



REINFORCEMENT DETAILS

| This Workbook was first

Sl No	Date of Revision	Revision No

t Sent to SEFI on 25 August 2005 for uploading on their Website

**LIST OF REVISIONS MADE**

<b>Details of Revisions made</b>